

地震動特性に基づく応答変位の時刻歴期待値の評価法

Expectation of Time-History Displacement Responses Based on Characteristics of Earthquake Motion

中村 友紀子*・壁谷澤 寿海**

Yukiko NAKAMURA, Toshimi KABEYASAWA

Expected value of time-history response can be formulated by assuming the phase differences spectrum in Fourier transform of earthquake waves as a normal probability curve. The effect of damping on the response spectrum can be obtained based on the formula. The ratio of maximum displacement to previous peak displacement during nonlinear response can also be calculated theoretically, which may be used for estimation. Both theoretical values were compared with those calculated from the responses to earthquake motions, from which a fair correlation was observed, especially in relation to the duration of earthquake motions.

Keywords : Earthquake Motion, Displacement Response, Input Energy, Fourier Spectrum, Phase Difference Spectrum

地震動, 応答変位, 入力エネルギー, フーリエスペクトル, 位相差分スペクトル

1. はじめに

性能評価型耐震設計法では、地震動を一定レベルに固定して想定することはせずに、例えば安全性の検証ではどの程度の地震動まで構造物が耐えうるか、を明示することになると考えられる。周知のように、安全性の確認では構造部材の塑性変形能力に期待して、鉄筋コンクリート構造物であれば地震による最大応答塑性変形が終局限界変形（靱性限界）以下であることを確認することになる。建築物の限界状態として塑性応答変形の最大値を問題にするときは、地震動の指標としては総エネルギー入力より時間当たりのエネルギーの釣りに着目することが有効である¹⁾²⁾³⁾⁴⁾。時間あたりのエネルギー入力である瞬間エネルギーは、地震動の継続時間が長いほど総エネルギー入力に対して小さくなる⁵⁾。これらの関係を一般化するには地震動の基本特性との関係を明らかにする必要がある。

ここでは、地震動の基本特性をフーリエ振幅と位相特性で表現する。フーリエ振幅は、総エネルギー入力の速度換算値または無減衰の応答速度スペクトルに対応することから地震動の基本パラメータとして扱われてきた。一方、人工地震動などでは、位相角はランダ

ムに仮定するか、あるいは既往の地震波に固有のものがそのまま仮定されることが多い。位相角には、その隣り合う位相角の差である位相角差の頻度分布（＝位相差分スペクトル）が時刻歴の包絡線に近いものになることが知られている⁶⁾。すなわち、位相差分スペクトルの形状（正規分布であれば標準偏差）で表現される位相特性は地震動の継続時間に対応すると考えることができる。

本研究では、この位相特性と継続時間の関係を確認するとともに、位相差分スペクトルから応答時刻歴の期待値を定式化する方法を示した。本稿では地震動の基本的な性質と弾性系の応答時刻歴の関係を明らかにすることに比重を置くが、この関係により、弾性応答から弾塑性応答変位を推定する際に不可欠になる地震応答スペクトルの減衰依存性や（正負の）最大応答変形時の振幅比などを地震動の基本特性から理論的に近似することができる。このように地震動により異なる応答の時刻歴の性質を地震動特性から理解することにより、エネルギーの釣合いを基本にして等価線形系により最大塑性応答変形を推定する方法を一般化して示すことを一連の研究の目的としている⁵⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾。

* 新潟大学工学部 助手・博士（工学）

** 東京大学地震研究所 教授・工博

Research Assoc., Dept. of Civil Engineering and Architecture,

Faculty of Engineering, Niigata University, Dr. Eng.

Prof., Earthquake Research Institute, University of Tokyo, Dr. Eng.

2. 入力地震動とその特性

本研究で用いる地震動の基本的特性、すなわちフーリエ振幅と位相角は震源のパラメータに依存するものであることを想定して、ここでは位相特性と継続時間、地震規模との関係について検討する。検討対象とした地震動は、表1に示す12波である。地震波の加速度時刻歴を図1に示すが、地震波により主要動の継続時間が大きく異なることがわかる。地震動の継続時間 t_0 を加速度二乗和の累積値（入力エネルギーを周波数について積分した値に相当する）が総和の5%に達した時間から95%に達する時間までと定義し図中に示した。表2に各地震のモーメントマグニチュード（1980年以前の地震については表面波マグニチュード）、最大加速度、継続時間 t_0 を示す。図2に継続時間とマグニチュードとの関係を示す。同様に定義した地震動の継続時間とマグニチュードの関係については、R. Dobry¹⁰⁾, M. D. Trifunac¹¹⁾による関係式などが提案されている。マグニチュードが大きくなるにつれて継続時間は長くなり、以上の定義による継続時間でも既往の経験式による関係に概ね対応している。

地震波形はフーリエ変換によってフーリエ振幅、位相角によってあらわすことができる。無減衰時の速度応答の最大値が地震終了後に発生すれば、速度応答スペクトルとフーリエ振幅スペクトルとは等しく、最大値が終了以前に発生すれば速度応答スペクトルの方が大きい。一般に両者は非常に近いものとなる。また、無減衰時の速度応答スペクトルは総エネルギー入力の変換値とほぼ等しくなる。このことからフーリエ振幅スペクトルは、地震動の指標とし

表1 加速度記録一覧

地震 ID	地震	観測点	発生日
elcns	Imperial valley earthquake	El Centro	May 18, 1940
taftse69	California earthquake	Kern county	Jul 21, 1952
hacew	十勝地震	八戸港湾	May 16, 1968
pac74w	San Fernando earthquake	Pacoima Dam	Feb 9, 1971
tohns	宮城県沖地震	東北大学	Jun 12, 1978
sctew	Mexico	SCT1	Sep 19, 1985
ksrew	釧路沖地震	釧路気象台(建研)	Jan 15, 1993
sylew	Northridge earthquake	Sylmar county hosp.	Jan 17, 1994
kobns	兵庫県南部地震	神戸海洋気象台	Jan 17, 1995
fkin30w	兵庫県南部地震	大阪ガス葺合供給所	Jan 17, 1995
newrc1	NewRc 検討用模擬波		
newrc2	NewRc 検討用模擬波		

表2 地震パラメータ

地震 ID	マグニチュード	最大加速度(cm/s ²)	継続時間 (s)	標準偏差 ()
elcns	7.1	341.7	24.4	0.45
taftse69	7.8	175.9	28.9	0.53
hacew	8.2	182.9	24.4	1.9
pac74w	6.6	1054.	7.28	0.29
tohns	7.6	258.2	19.5	0.78
sctew	8.0	167.9	38.9	1.13
ksrew	7.6	711.4	19.3	0.52
sylew	6.7	826.7	5.34	0.25
kobns	6.9	820.6	8.38	0.35
fkin30w	6.9	802.0	6.76	0.34
newrc1		394.6	29.6	1.01
newrc2		407.2	78.5	1.34

て着目されてきたが、一方、フーリエ位相角と応答の関係に関する研究は必ずしも十分ではない。

隣合う位相角の差である位相角差の分布が地震波形時刻歴の包絡線に近い形状を示す⁶⁾。これは位相角差分布のばらつき具合が、地震動の継続時間に影響を及ぼしていることを意味している。図3にNewRC、葺合について主要動付近の40.96秒間をフーリエ変換して位相角差の頻度分布と加速度時刻歴を重ねて示す。また、図中に頻度分布を正規分布と仮定したときの差の二乗和が最小となるように適合させた曲線を示す。継続時間の長い地震波は位相角差分布もばらつきが大きく、直下型の地震動ではピーク値付近に集中しており、加速度時刻歴に対応している。適合させた正規分布曲線の標準偏差の4倍に対応する時間と地震動継続時間の関係を図4に示す。位相角差分布のばらつきは継続時間に対応しており、おおむね4程度である。

3. 位相角差分布を考慮した応答時刻歴

位相角差スペクトルの形状は、加速度時刻歴の包絡線と類似性があることを確認したが、この位相角差分布を正規分布として、フーリエ振幅を全周期で等しいと仮定すると理論的に展開することができる¹²⁾。すなわち、この仮定により加速度時刻歴の絶対値の分散を定式化することができる。この分散の平方根は、加速度時刻歴の包絡線の期待値に対応する。

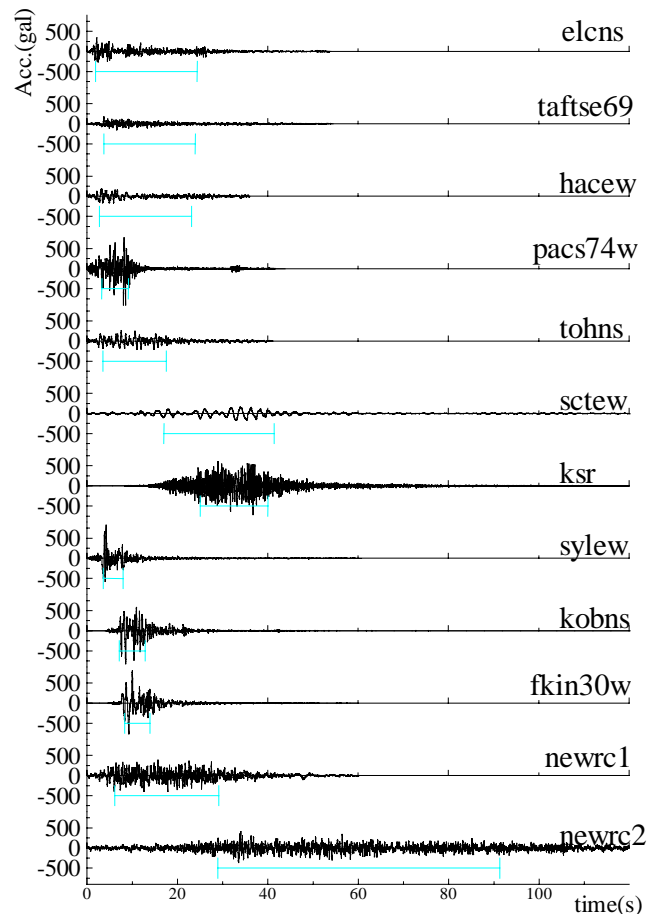


図1 加速度時刻歴

したがって、位相角差分布のばらつきと地震動継続時間とが対応することになる。ここで、フーリエ振幅と位相を独立としている。この仮定自体が適切であるかどうかは吟味の余地があるが、式の展開の上で現状では他に適当な方法がないので第1段階の検討方法としてこのように仮定する。また、検討用模擬地震動の作成では独立であると仮定して定義し、逆フーリエ変換による作成手法が多く用いられているのが現状であり本論でも独立の仮定を用いている。

次に、弾性応答の場合には、正弦波に対する過渡応答が定式化できるので、以下のように各成分の重ねあわせとして応答時刻歴を定式化し、これにより位相角差分布のばらつきをパラメータとした応答時刻歴の期待値を定式化することを考える。ただし、上記と同様に振幅を全周期で等しいと仮定する。

まず、地震波をフーリエ級数に変換すると、式(1)に示すように $N_f = N/2 + 1$ 個の \cos 波の重ねあわせとして表現される。ここで、簡単のため a_k をすべて1と仮定する。位相角差分布は、式(2)に示すように正規分布を仮定し、0以下 2π 以上はごく小さいと考える。

$$\ddot{y}_0(t) = \sum_{k=1}^{N_f} a_k \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (1)$$

$$p(\Delta\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\Delta\phi - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

ここで、

$$\phi_k = \sum_{j=1}^k \Delta\phi_j$$

k : k 番目の位相角

$\Delta\phi_k$: k 番目の位相角差

$\ddot{y}_0(t)$: 地震地動加速度

$$\omega_k \left(= \sqrt{\frac{2\pi k}{N\Delta t}} \right): k \text{ 次の } \cos \text{ 波の円振動数}$$

N : 地震波のデータ総数

t : 地震波の時刻

$p(\Delta\phi)$: 位相角差の確率密度関数

k 番目の \cos 波成分の入力、すなわち、式(3)の加速度、

$$\ddot{y}_{0k}(t) = \cos(\omega_k t + \phi_k) \quad (3)$$

に対して、固有円振動数 ω_k 、粘性減衰定数 h の弾性系の応答は、式(4)で表わされる。

$$\dot{y}_k(t, h) = \Re \left[A_0 \left\{ i\omega_k e^{i\omega_k t} + e^{-h\omega_k t} (C_1 e^{i\sqrt{1-h^2}\omega_k t} - C_2 e^{-i\sqrt{1-h^2}\omega_k t}) \right\} e^{i\phi_k} \right] \quad (4)$$

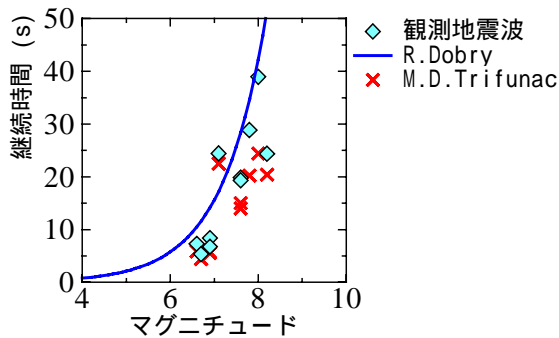


図2 継続時間とマグニチュードの関係

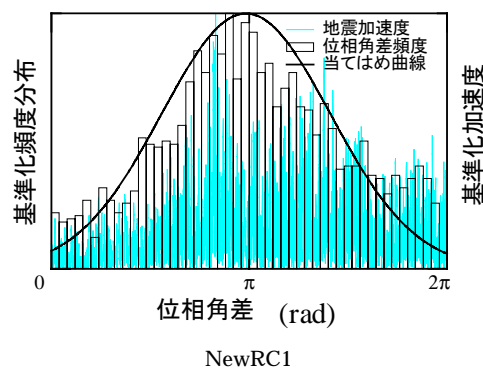
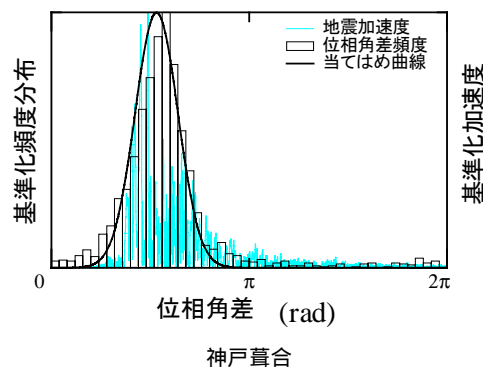


図3 位相角差分布と加速度時刻歴

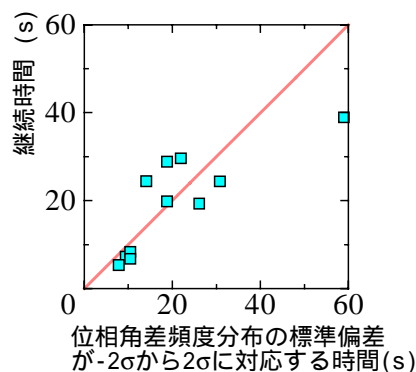


図4 継続時間と位相角差頻度の関係

ここで,

$$A_0 = \frac{-(\omega^2 \omega_k^2 - 2ih\omega\omega_k)}{(\omega^2 \omega_k^2)^2 + (2ih\omega\omega_k)^2}$$

$$C_1 = \frac{1}{2\sqrt{1-h^2}} (h\omega_k - \omega - i\omega_k\sqrt{1-h^2})$$

$$C_2 = \frac{1}{2\sqrt{1-h^2}} (h\omega_k - \omega + i\omega_k\sqrt{1-h^2})$$

h : 減衰定数

: 系の固有円振動数

地震動 $\ddot{y}_0(t)$ に対する応答は, 各次の応答の和で式 (5) となる。

$$\dot{y}(t, h) = \sum_{k=1}^{N_f} \dot{y}_k(t, h) \quad (5)$$

応答時刻歴の平均値に対応する期待値は式 (6) で表され, 応答波形の分散は式 (7) で表される。すなわち, 分散の平方根は, 応答波形包絡線の期待値に対応する。

$$E[\dot{y}(t, h)] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \{\dot{y}(t, h)\} \prod_{s=1}^{N_f} p(\Delta\phi_s) d\Delta\phi_1 \dots d\Delta\phi_{N_f} \quad (6)$$

$$\text{Var}[\dot{y}(t, h)] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \{\dot{y}(t, h)\}^2 \prod_{s=1}^{N_f} p(\Delta\phi_s) d\Delta\phi_1 \dots d\Delta\phi_{N_f} \quad (7)$$

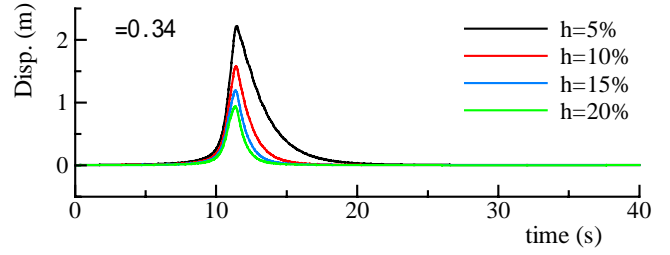
$$- E[\dot{y}(t, h)]^2$$

図5に計算された応答包絡線時刻歴を示す。このとき固有円振動数は $\omega = 1$, 位相角差分布の標準偏差は, 葺合, NewRC1 に対応する 0.34, 1.01 を用いた。分散が小さいほど応答も短い時間に集中し, 大きいと緩やかになっている。

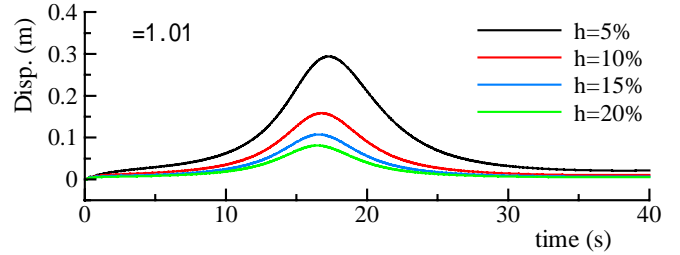
4. 応答スペクトルの減衰依存性

フーリエ振幅スペクトルは, 無減衰の相対速度応答スペクトルに酷似し, これは総エネルギー入力スペクトルの速度換算値にほぼ一致する。総エネルギー入力は減衰によらず安定した値であるが, 速度応答は減衰の増大にしたがって低減する。応答スペクトルの減衰による低減は減衰定数のみに依存するとされる事が多く, 地震動特性はあまり考慮されていない。しかし, 減衰による応答低減率は, 地震動特性, 特に継続時間と構造物周期の関係により明らかに異なるものである。

地震動の継続時間を考慮して, 応答スペクトルの減衰依存性を簡略に評価する手法としてホワイトノイズ¹³⁾に対する応答のパワースペクトルによって定式化する方法がある。ホワイトノイズの応答2乗平均変位は, 変動項を無視すると式(8)であらわされ, 応答スペクトル値に対する減衰の影響は, 式(9)のように表される。ただし, この定式化では地震動の継続時間を等価なホワイトノイズの継続時間に換算する必要がある, 前に定義した継続時間 t_0 をそのまま用いても実際の地震動による低減率には適合しない。



神戸葺合



NewRC1

図5 位相角差分布を正規分布と仮定した応答時刻歴の期待値

試行により, このホワイトノイズの継続時間 t_1 をパラメータとして実地震動の低減率に適合する等価な継続時間を評価する。ホワイトノイズの継続時間 t_1 は地震動の継続時間 t_0 の 1/4 程度にすると図6に示すように実地震動による応答スペクトルの低減率にほぼ対応する⁹⁾。

$$\sigma_y^2 = \frac{S_0}{4h\omega^3} [1 - e^{-2h\omega t_1}] \quad (h \neq 0)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{S_0 t_1}{2\omega^2} \quad (h = 0) \quad (8)$$

$$D_h(h) = \frac{S_V(h)}{S_V(h=0)} = \sqrt{\frac{1 - e^{-2h\omega t_1}}{2h\omega t_1}} \quad (9)$$

ここで,

σ_y^2 : 二乗平均変位

S_0 : パワースペクトル密度

t_1 : 継続時間 ($= t_0/4$)

以上の方法は簡略な定式化であるが, 実際の地震動による応答の結果から等価な継続時間を経験的に決める必要があり, 必ずしも一般性あるいは一義性があるとはいえない。

前項で示したように, 応答の期待値は位相差分スペクトルの分布と関連づけることができる。地震動特性の継続時間は位相特性に関係しており, したがって, 減衰系の速度応答スペクトルと地震動特性の関係は, 前項に示した応答の期待値の定式化によって厳密に検討することができる。すなわち, 地震動の位相角特性に着目して, 位相角差分布を正規分布と仮定して応答の期待値を算定し, その最大

値の減衰による低減率を式(10)により算定する。

$$D_h(h) = \frac{S_v(h)}{S_v(h=0)} = \frac{\sqrt{\text{Var}[\dot{y}(t,h)]_{\max}}}{\sqrt{\text{Var}[\dot{y}(t,0)]_{\max}}} \quad (10)$$

この応答包絡線期待値による低減率と実際の地震動から算定した応答スペクトルの低減率を図7に示す。このように応答スペクトルの減衰依存性は、位相特性、すなわち、地震動継続時間に対して上記の評価式で関係づけることができる。この位相角スペクトルから推定した低減率に比べて、 $t_0/4$ としたホワイトノイズによる低減率は明らかに大きめである。応答の評価としては安全側であるが、平均値に適合させるならこれよりもやや長めの等価継続時間を仮定してもよい、ことがわかる。実地震動による低減率がばらついている理由は、1)地震動の位相差分スペクトルが正規分布ではないこと、2)フーリエ振幅を一定にではないこと、による。以上の方法は、煩雑な式となり計算時間もかかるが、地震動の特性、すなわち、位相差分スペクトルを仮定して直接的に評価される期待値であり、ホワイトノイズによる簡略な定式化で経験的に設定された等価継続時間の理論的な背景となりうる。

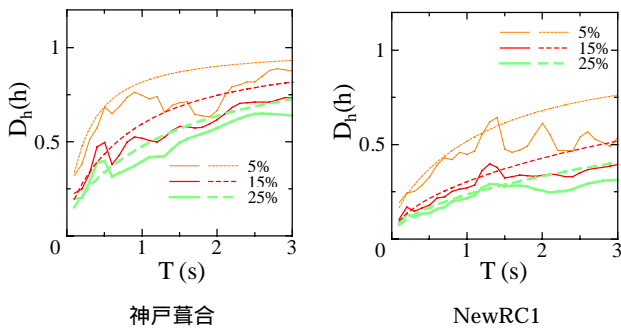


図6 等価な継続時間を与えたホワイトノイズの応答スペクトルの減衰による低減率

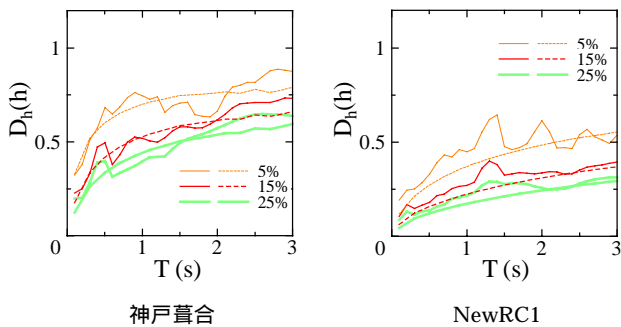


図7 位相角分布を正規分布と仮定した応答スペクトルの減衰による低減率

5. 最大応答時振幅比

本研究に関連する一連の研究では履歴減衰系の最大応答変形を地震動の基本特性と関連づけることを目的にしている。履歴減衰系の最大応答変形は、最大応答に達するとき、単位時間あたりのエネルギー（瞬間エネルギー）の釣合いを考えるのが理解しやすい^{2) 3) 4) 6)}。入力するエネルギーは、等価な周期によって修正する必要があるが、比較的安定的に評価できる。また、線形応答スペクトルと大略関連づけることもできる。一方、吸収可能なエネルギーは、当然のことながら履歴形状、しかも最大変形に達するときの履歴形状の違いを考慮する必要がある。特に正負対称に近い場合や一方向に変形が進む片押しの場合が地震動によって異なるため、このエネルギー吸収の性状を適切に評価する必要がある。履歴エネルギーによる吸収性状と地震動の関係について、一般的な傾向を簡単にいえば、継続時間の長い地震動では、応答変位は徐々に増大するために正負対称

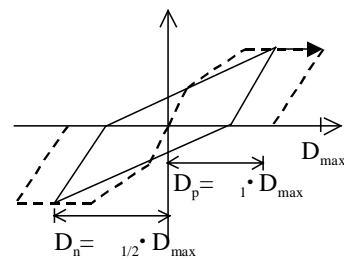


図8 最大応答変形に対する半サイクル、1サイクル前の振幅

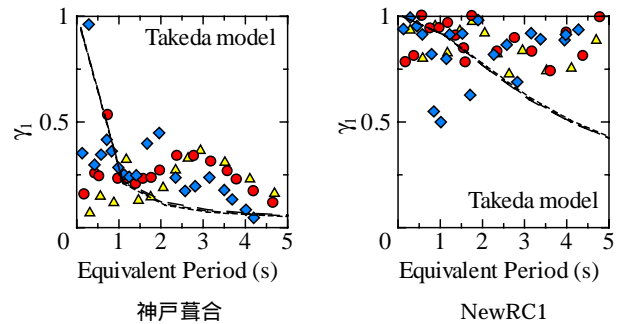


図9 位相角分布を正規分布と仮定したときの最大応答に対する1サイクル前の振幅比

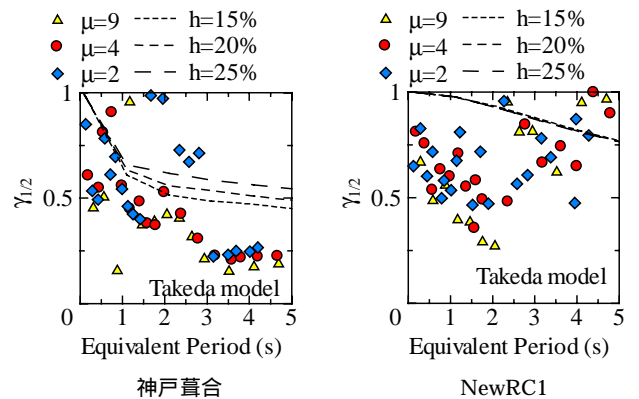


図10 位相角分布を正規分布と仮定したときの最大応答に対する半サイクル前の振幅比

の定常ループに近くなるが、直下型の地震動では、変形が一度に進むため最大応答変形時の半サイクル前の応答(図8に示す D_n)は、最大応答 D_{max} に対して小さくなる傾向がある。

これを合理的に考慮して応答を予測するために半サイクル前の応答変形の最大応答変形に対する比率を最大応答時振幅比と定義して応答推定に利用する方法がある⁹⁾。この方法では、入力エネルギーが増大する傾向をモデル化して最大応答時振幅比を定式化し、履歴減衰系の地震応答解析で実際に評価した値を地震動の継続時間と構造物の等価周期の比に関して整理して一般的な傾向を確認している。

ここでは、最大応答時振幅比を地震動による応答解析から算定すると図9および図10に示したようになる。横軸が等価周期、縦軸は最大応答変位に対するその1サイクル前、半サイクル前の応答変位の比率 r_1 、 $r_{1/2}$ を示す。地震応答解析の履歴モデルはTAKEDAモデルを用い、耐力は塑性率が2.4,9になる場合とした応答である。等価周期は最大応答値の割線剛性による周期としている。最大応答時振幅比は継続時間の長いNewRC波に対する応答では大きく、短い算合では小さいという明瞭な傾向がある。また、系の等価周期が大きくなるほど小さくなる。

位相角差分布を与えて式(7)のように定式化して理論的に算定した応答包絡線時刻歴を用いて最大応答時振幅比を算定した。すなわち、最大値に対する最大値が発生した時刻の1/2、半周期前の値の比率をとって最大応答時振幅比とした。図9、10中に点線で示す。継続時間の短い地震ほど振幅比が小さくなる傾向が時刻歴応答の場合と同様に算定されており、位相特性を考慮した理論値で地震動特性に対する傾向を説明することができる。なお、以上の結果を利用して、位相特性を考慮して履歴減衰系の応答値の推定する方法に関しては稿を改めて詳述する。

6. まとめ

本研究で得られた結果は以下のとおりである。

- (1) 位相差分スペクトルは加速度の包絡線に対応し、エネルギー入力の時刻歴によって定義された地震動継続時間は正規分布で近似した分布の標準偏差の4倍、4程度に対応する。地震動継続時間は既往の評価式と同様にマグニチュードと対応している。
- (2) 位相角差の頻度分布を正規分布、フーリエ振幅を全周波数で一定と仮定して、弾性減衰系の時刻歴応答の期待値を定式化する方法を示した。これにより、位相特性が応答時刻歴に与える影響を検討することができる。
- (3) この定式化により、例えば応答スペクトルの減衰依存性と位相特性、地震動継続時間との関係が理論的に特定でき、従来の経験的に理論的背景を与えることができる。
- (4) 同様に履歴減衰系の応答に影響を及ぼす最大応答時振幅比と位相特性、地震動継続時間と関係を導くことができ、比較的近傍で短い地震動(直下型)と遠くで長い地震動(海洋型)による応答の性質の違いを一般化することができる。
- (5) 以上の性質は地震動継続時間を考慮した履歴減衰系の応答推定に利用することができる。

謝辞

本研究の一部は文部省科学研究費補助金特定領域研究(A)「都市直下の地震による災害の防止に関する基礎研究」の平成10年度公募研究「直下型地震動による最大応答変形の履歴減衰依存性の評価法に関する研究」(代表者:壁谷澤寿海,課題番号10128210)によって実施された。

参考文献

- 1) 秋山宏, 宮崎光生: エネルギー入力増分に着目した応答予測, 「免震構造設計指針」日本建築学会, pp.88-92, 1989
- 2) 矢花修一, 他: 地震時のエネルギーの授受に着目した非線型応答推定, 第9回日本地震工学シンポジウム, Vol.2, pp.1633-1638, 1994.12
- 3) 衣笠秀行, 野村設郎: RC構造物のエネルギーに基づく設計法開発のための基礎的研究, その1 エネルギー入力速度EIVを考慮した性能評価型設計法, 日本建築学会構造系論文集 No.486, pp.85-94, 1996.8
- 4) 中村孝也, 堀則男, 井上範夫: 瞬間入力エネルギーによる地震動の破壊特性評価と応答変形の推定, 日本建築学会構造系論文集 No.513, pp.65-72, 1998.11
- 5) 中村友紀子, 壁谷澤寿海: RC構造物の地震時最大塑性応答変形のエネルギー入力速度による推定, コンクリート工学年次論文報告集, pp.251-256, 1996.6
- 6) 大崎順彦: 新・地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版会, 1994.
- 7) 中村友紀子, 壁谷澤寿海: 地震動特性にもとづく最大塑性変位応答に関する研究, 構造工学論文集, pp.485-492, 1997.3
- 8) 中村友紀子, 壁谷澤寿海: 等価減衰を考慮したスペクトルによる応答の推定, 構造工学論文集, pp.313-318, 1998.3
- 9) 中村友紀子, 壁谷澤寿海: 瞬間エネルギーを用いた等価線形化法による弾塑性応答変形の推定, 日本地震工学シンポジウム, pp.2573-2578, 1998.11
- 10) R. Dobry, I. M. Idriss, and E. Ng: Duration characteristics of horizontal components of strong-motion earthquake records, Bulletin of Seismological Society of America, Vol.68, No.5, pp.1487-1520, 1978.10
- 11) M. D. Trifunac and A. G. Brady: A study on the strong earthquake ground motion, Bulletin of Seismological Society of America, Vol.65, No.3, pp.581-626, 1975.6
- 12) 大崎順彦, 岩崎良二, 大川出, 政尾亨: 地震波の位相特性とその応用に関する研究, 第5回日本地震工学シンポジウム, pp.201-208, 1978.11
- 13) 柴田明徳: 最新耐震構造解析, 森北出版, 1981

